1) Hay 15 abetos y el resto de árboles son 13 + 14 + 15 + 23 = 65.
La razón de abetos con el resto de árboles será: 15/65 o mejor simplificando: 3/13.

2) Bastará multiplicar o dividir el "numerador" y el "denominador" por el mismo número, por ej.:

a) $\frac{2}{7}$ x2 = 4/14; x3 = 6/21; x0.5 = 1/3,5.

b) $\frac{1{,}5}{4}$ x2 = 3/8; x4 = 6/16; x10 = 15/40.

3) Calcula el término desconocido en las siguientes proporciones:

a) $\frac{x}{5}=\frac{2}{7} \Leftrightarrow x\cdot 7=2\cdot 5 \Leftrightarrow x=\frac{2\cdot 5}{7}=\frac{10}{7}\approx 1{,}43$

b) $\frac{4}{5}=\frac{x}{15} \Leftrightarrow 4\cdot 15=x\cdot 5 \Leftrightarrow x=\frac{4\cdot 15}{5}=12$

c) $\frac{1{,}5}{2{,}5}=\frac{2}{x} \Leftrightarrow 1{,}5\cdot x=2\cdot 2{,}5 \Leftrightarrow x=\frac{2\cdot 2{,}5}{1{,}5}=\frac{5}{1{,}5}=3{,}\widehat{3}$

d) $\frac{1{,}2}{x}=\frac{4}{6} \Leftrightarrow 1{,}2\cdot 6=4\cdot x \Leftrightarrow x=\frac{1{,}2\cdot 6}{4}=\frac{7{,}2}{4}=1{,}8$

4) Selecciona las razones que forman proporción entre sí:

a) $\frac{2}{7}$ b) $\frac{2{,}5}{7}$ c) $\frac{3{,}5}{10}$ d) $\frac{1{,}25}{3{,}5}$ e) $\frac{1{,}75}{4{,}9}$ f) $\frac{21}{70}$

Forman proporción la b), la d) y la e). Su división resulta la misma constante: 0.3571428571428... También el producto de medios es igual al producto de extremos.

5) Calcula el cuarto proporcional a 2, 1'5 y 7.

Habrá que calcular: $\frac{2}{1{,}5}=\frac{7}{x} \Leftrightarrow 2\cdot x=7\cdot 1{,}5 \Leftrightarrow x=\frac{7\cdot 1{,}5}{2}=\frac{10{,}5}{12}=5{,}25$

6) Traen sus esquís, 500 – 150 = 350, así la razón entre los que traen esquís y alquilan será: 350/150, simplificando 7/3.

7) Javier : 5.500 m / 40 min. = 137,5 m / 1 min.
Pablo : 12.000 m / 90 min. = 133,3... m / 1 min.
Así, Javier se ha desplazado más por minuto.

8) Indica si los siguientes pares de magnitudes son directas, inversas o no proporcionales.

a) Los intereses que nos dan en un Banco por depositar un capital y el tiempo que se los prestamos.
Directa a doble tiempo corresponderá doble cantidad de intereses, ...

b) El número de ovejas que hay en un rebaño y la cantidad de comida que tenemos que suministrarles.

Directa a doble número de ovejas habrá que poner doble cantidad de comida, …

c) La altura de un niño o niña y su edad.

A mayor edad le corresponderá mayor altura, pero no de forma proporcional, a los 6 años no tendrá el doble de altura que a los 3, …

d) La velocidad constante con la que cruzamos un semáforo y el tiempo que tardamos en llegar a la otra acera.

Inversa, observamos que mayor velocidad será menor el tiempo y su producto permanecerá constante.

9) Completa la siguiente tabla sabiendo que las magnitudes **x** e **y** son directamente proporcionales.

x	4	10	12,8	8
y	2,5	6,25	8	5

Al ser directas, y/x=constante. Observando la cuarta columna de datos:

8/5=1,6=cte. Así, 4/x = 8/5 = 1,6 ⇔1,6 . x = 4 ⇔ x = 4/1,6 = 2,5

Igualmente para el resto de los números que faltaban.

10) Completa la siguiente tabla sabiendo que las magnitudes **z** y **k** son inversamente proporcionales.

z	4	10	5	8
k	10	4	8	5

Al ser inversas, x · y = constante. Observando la cuarta columna de datos

8 · 5 = 40 = cte. Así, 4 · x = 8 · 5 = 40 → x = 40/4 = 10.

Igualmente para el resto de los números que faltaban.

11) Observa las relaciones entre las siguientes parejas de magnitudes y comprueba si son directa o inversamente proporcionales, o no son proporcionales. En caso de que sean proporcionales pon su constante de proporcionalidad

u	v
4	28
56	2

m	n
7,5	2,5
22,5	7,5

h	k
1,6	4,8
5,6	15

Vemos que u y v, cumplen: u · v = cte = 112 = 4 · 28 = 56 · 2, es **INVERSA**.

Su constante de proporcionalidad inversa es 112.

Vemos que m y n, cumplen: m/n = cte; 7,5/2,5 = 22,5/7,5

3 = 3, es **DIRECTA.**

Su constante de proporcionalidad directa es 3.

Vemos que **h** y **k**, no cumplen: h/k = cte; 1,6/5,6 ≠ 4,8/15

0,29… ≠ 0,32; no directas.

Tampoco que: h · k = cte; 1,6 · 4,8 ≠ 5,6 · 15

7,68 ≠ 84; ni inversas.

Luego son **NO PROPORCIONALES**.

12) Es inversa, a más velocidad menos tiempo. Su producto se mantiene constante. Pasamos el tiempo a minutos: 2 h y 20 min = 140 min.

v Velocidad en km/h	t Tiempo en minutos	ES INVERSA: v · t = constante producto constante
99	140	99 · 140 = 110 · x
110	x	

Resolviendo la igualdad:

99·140 = 110·x → x = 99·140/110 → x = 126 minutos = dos horas y 6 minutos.

13) Las magnitudes son directamente proporcionales al ir a la misma velocidad, a doble distancia doble gasto de combustible. Así, la división permanece constante.

d Distancia en km	c consumo combustible en litros	ES DIRECTA: d/c = constante división constante
230	14	$\frac{230}{14}=\frac{913}{x}$
913	x	

Resolviendo la proporción

$$\frac{230}{14}=\frac{913}{x} \Leftrightarrow 230\cdot x = 14\cdot 913 \Leftrightarrow x=\frac{14\cdot 913}{230}\approx 55{,}57 \text{ litros.}$$

Luego no le llegará con el depósito de 50 litros.

14) Es no proporcional, no tiene nada que ver poner una valla con hacer una zanja.

15) Lo que ha pagado menos los 20 euros de recargo es la factura que debía antes del recargo.

La factura inicial y la que tiene que pagar con el recargo no son proporcionales, pero se puede solucionar con el I.V. (índice de variación)

Así, 200 · I.V. = 220 → I.V. = 220/200 = 1,1

Como el I.V. = 1 + % = 1,1 → % = 0,1 = 10/100 = 10% de recargo.

16) El número de partidas y el dinero a pagar es directamente proporcional, así su división permanecerá constante.

n número de partidas	e euros a pagar	ES DIRECTA: n / e = constante división constante
4	15	$\frac{4}{15}=\frac{7}{x}$
7	x	

Resolviendo la proporción:

$$\frac{4}{15}=\frac{7}{x} \Leftrightarrow 4\cdot x = 7\cdot 15 \Leftrightarrow x=\frac{7\cdot 15}{4}=26{,}25\,€ \text{ en total.}$$

Como son 8 personas, les tocará a 26,25/8 ≈3,28 € por persona, y les faltarán 1 céntimo de euro por la aproximación hecha a los decimales.

17) En el caso **a)** tenemos:

37 · 12 – 5% (37 · 6) = 444 – 5/100 · 222 = 444 – 11,1 = **432,9 €**.

En el caso **b)** tenemos:

Calculamos el descuento del 18% de IVA. Por no ser las magnitudes proporcionales deberemos hacerlo mediante el I.V. = 1+18% = 1+18/100 = 1,18

Así, el precio antes del IVA:
x · I.V. = 42 · 12 → x · 1,18 = 504 → x = 504/1,18 = **427,12 €** antes del IVA. Qué es menor que la cantidad obtenida, 432,9 euros, en la oferta del apartado a).

18) Es una relación directamente proporcional y el número con que se relaciona es 100.

x personas con coche	y número de personas	ES DIRECTA: x / y = constante división constante
3	20	$\frac{3}{20}=\frac{x}{100}$
x	100	

Resolviendo la proporción:

$$\frac{3}{20}=\frac{x}{100} \Leftrightarrow 3\cdot 100 = x\cdot 20 \Leftrightarrow x=\frac{3\cdot 100}{20}=15$$; Así, 15/100 = 15 %.

Como nos piden el porcentaje sin coche, será 100 – 15 = 85% no tienen coche.

Recuerda que se podía hacer directamente, la división de las 2 cantidades es el tanto por uno y multiplicando por 100 el %. 3/20 = 0,15 . 100 = 15%, …

19) **a)** ¿Cuántos kilos de manzanas tendremos que comprar?

Son directamente proporcionales, división constante.

x Manzanas en kg.	y Número de raciones	ES DIRECTA: x / y = constante división constante
2	7	$\frac{2}{7}=\frac{x}{17}$
x	17	

Resolviendo la proporción:

$$\frac{2}{7}=\frac{x}{17} \Leftrightarrow 2\cdot 17 = x\cdot 7 \Leftrightarrow x=\frac{2\cdot 17}{7}\approx 4{,}86\,\text{kg}$$ de manzanas.

b) Y si tenemos 23 kg de manzanas, ¿cuántas raciones de tarta nos saldrán?

Igualmente, son directamente proporcionales.

x Manzanas en kg	y Número de raciones	ES DIRECTA: x / y = constante división constante
2	7	$\frac{2}{7}=\frac{23}{x}$
23	x	

Resolviendo la proporción:

$$\frac{2}{7}=\frac{23}{x} \Leftrightarrow 2\cdot x = 23\cdot 7 \Leftrightarrow x=\frac{23\cdot 7}{2}=80{,}5$$ raciones de tarta.

20) Observamos que cuanto más dinero ponen más premio les corresponderá y debemos repartirlo entre tres personas. Es un reparto proporcional directo.

Conocemos que si una sola persona hubiera puesto la suma de las tres cantidades que se aportan : 4, 6 y 10 = 20, le hubiera correspondido todo el premio 15.000 €. Así, si llamamos x, y, z a las tres cantidades que se reparten en razón a la cantidad aportada de 4, 6 y 10 euros obtenemos las proporciones siguientes.

$$\frac{x}{4} = \frac{y}{6} = \frac{z}{10} = \frac{15.000}{20} = 750$$

Separando las tres razones igualadas a la constante de proporcionalidad:

$\frac{x}{4} = 750 \Leftrightarrow x = 750.4 \Leftrightarrow x = 3.000$ euros para Pedro.

$\frac{y}{6} = 750 \Leftrightarrow x = 750.6 \Leftrightarrow x = 4.500$ euros para Juan.

$\frac{z}{10} = 750 \Leftrightarrow x = 750.10 \Leftrightarrow x = 7.500$ euros para María.

Igualmente lo podemos hacer mediante la tabla:

Cantidad que les correspondería del total del premio 15.000 euros	Valores a los que deben ser proporcionales: dinero aportado por cada uno	DIRECTA, la división es constante
Pedro x	4	x/4 = 750 x = 750·4 = **3.000**
Juan y	6	y/6 =750 y = 750·6 = **4.500**
María z	10	z/10 =750 z = 750·10 = **7.500**
x + y + z = 15.000	4 + 6 + 10 = 20	15.000/20 = 750 = constante

21) Observamos que cuantas más líneas escriba menos páginas ocupará. Están relacionadas las dos magnitudes de forma inversa. Su producto será constante.

x Número de líneas	y Número de páginas	ES INVERSA: x · y = constante producto constante
24	12	24 · 12 = x · 9
x	9	

Resolviendo la igualdad:

24 · 12 = x · 9 ⇔ x = 24 · 12 / 9 = 32 líneas por página tendré que escribir.

22) Puedo encontrar una relación de proporcionalidad directa mediante el I.V.

I.V. = 1 – 20% = 1 – 20/100 = 1 – 0,2 = 0,8.

Como x · I.V. = 100 ⇔ x · 0,8 = 100 ⇔ x = 100/0,8 = 125 euros valía.

Así, me he ahorrado 125 – 100 = 25 euros.

23) Dentro de 2,34 días son 2 días y tengo que pasar 0,34 días a una unidad inferior: las horas. Sé que las horas y los días son directamente proporcionales, de forma que 1 día tiene 24 horas, así:

d Días	h Horas	ES DIRECTA: d / h = constante división constante
1	24	$\frac{1}{24}=\frac{0,34}{x}$
0,34	x	

$$\frac{1}{24}=\frac{0,34}{x} \Leftrightarrow 1\cdot x = 0,34\cdot 24 \Leftrightarrow x=\frac{0,34\cdot 24}{1}=8,16 \text{ horas}$$

Pero 8,16 horas son 8 horas y tengo que pasar 0,16 horas a una unidad inferior: los minutos. Sé que las horas y los minutos son directamente proporcionales, de forma que 1 hora tiene 60 minutos, así:

h Horas	m Minutos	ES DIRECTA: h / m = constante división constante
1	60	$\frac{1}{60}=\frac{0,16}{x}$
0,16	x	

Resolviendo la proporción:

$$\frac{1}{60}=\frac{0,16}{x} \Leftrightarrow 1\cdot x = 0,16\cdot 60 \Leftrightarrow x=\frac{0,16\cdot 60}{1}=9,6 \text{ minutos}$$

Pero 9, 6 minutos son 9 minutos y tengo que pasar 0,6 minutos a una unidad inferior: los segundos. Sé que los minutos y los segundos son directamente proporcionales, de forma que 1 minuto tiene 60 segundos, así:

m Minutos	s Segundos	ES DIRECTA: m / s = constante división constante
1	60	$\frac{1}{60}=\frac{0,6}{x}$
0,6	x	

Resolviendo la proporción:

$$\frac{1}{60}=\frac{0,6}{x} \Leftrightarrow 1\cdot x = 0,6\cdot 60 \Leftrightarrow x=\frac{0,6\cdot 60}{1}=36 \text{ segundos}$$

Luego me espera el día 12 de octubre a las 20 h 9 m 36 sg.

24) Vemos que cuantos más grifos le costará menos tiempo. Así, su producto será constante. Pasando a minutos, 5 horas y 30 min = 5 · 60 + 30 = 330 minutos.

x Número de grifos	y Tiempo en min. para llenarse	ES INVERSA: x · y = constante producto constante
2	x	2 · x = 3 · 330 5 · y = 3 · 330
3	330	
5	y	

Resolviendo las igualdades:

3 · 330 = 2 · x → x = 3 · 330/2 = 495 minutos. (8 h y 15 min.)

3 · 330 = 5 · y → y = 2 · 330/5 = 132 minutos. (2 h y 12 min.)

25) Sabemos que un plano debe mantener la proporción directa con la realidad. Así la división entre ellos debe permanecer constante. Pasamos 1,1 dm = 11 cm.

x Realidad en metros	y Plano en centímetros	ES DIRECTA: x / y = constante división constante
1,5	1	$\frac{1,5}{1} = \frac{x}{11}$
x	11	

Resolviendo la proporción:

$$\frac{1,5}{1} = \frac{x}{11} \Leftrightarrow 1,5 \cdot 11 = x \cdot 1 \Leftrightarrow x = \frac{1,5 \cdot 11}{1} = 16,5$$ m. tiene de largo la piscina.

26) Sabemos que el % es una proporción donde el denominador es 100. Así:

p número de personas	e personas con esquís	ES DIRECTA: p / e = constante división constante
230	x	$\frac{230}{100} = \frac{x}{90}$
100	90	

Resolviendo la proporción:

$$\frac{230}{100} = \frac{x}{90} \Leftrightarrow 100 \cdot x = 230 \cdot 90 \Leftrightarrow x = \frac{230 \cdot 90}{100} = 207$$ Sarllerenc@s con esquís.

O como vimos en la teoría, el % de una cantidad es:

90% de 230= 90/100 · 230 = 207

27) Vemos que es un reparto proporcional directo. Ixeia ha trabajado 8 horas y Alba 9. Así al total de horas: 17, le corresponderían los 240 euros.

Resultará que:

$$\frac{x}{8} = \frac{y}{9} = \frac{240}{17} \approx 14,12$$

Separando las dos razones igualadas a la constante de proporcionalidad:

$$\frac{x}{8} \approx 14,12 \Leftrightarrow x \approx 14,12 \cdot 8 \Leftrightarrow x \approx 112,96 \approx 113$$ euros para Ixeia.

$$\frac{x}{9} \approx 14,12 \Leftrightarrow x \approx 14,12 \cdot 9 \Leftrightarrow x \approx 127.08 \approx 127$$ euros para Alba.

Igualmente lo podemos hacer mediante la tabla

Cantidad que les correspondería del total que les pagan: 240 euros	Valores a los que deben ser proporcionales: número de horas que han trabajado	Directa, la división es constante
Ixeia x	8	x / 8 ≈ 14,12 x = 14,12·8 ≈ **113**
Alba y	9	y / 9 ≈14,12 y = 14,12·9 ≈ **127**
x + y = 240	8 + 9 = 17	240 / 17 ≈ 14,12 = constante

28) Los dólares y los euros están en proporción directa. Así,

x número de euros	y número de dólares	ES DIRECTA: x / y = constante división constante
1	1,3791	$\frac{1}{1{,}3791}=\frac{x}{100}$
x	100	

Resolviendo la proporción:

$$\frac{1}{1{,}3791}=\frac{x}{100} \Leftrightarrow 1\cdot 100 = x\cdot 1{,}3791 \Leftrightarrow x=\frac{1\cdot 100}{1{,}3791}\approx 72{,}51 \text{ euros.}$$

29) Recordando que el % es una razón de denominador 100 y viendo que es directamente proporcional, tenemos la siguiente proporción:

s Euros salario	v Euros en ventas	ES DIRECTA: s / v = constante división constante
15	100	$\frac{15}{100}=\frac{1.500}{x}$
1.500	x	

Resolviendo la proporción:

$$\frac{15}{100}=\frac{1.500}{x} \Leftrightarrow 15\cdot x = 1.500\cdot 100 \Leftrightarrow x=\frac{1.500\cdot 100}{15}=10.000\,€ \text{ tendrá que vender.}$$

30) El número de días que tendrán comida dependerá de forma inversa al número de vacas, permaneciendo su producto constante.

Si venden 20 vacas les quedarán 80. En los tres meses de invierno 30·3=90 días.

v Número de vacas	d Número de días con comida	ES INVERSA: v · d = constante producto constante
100	90	100 · 90 = 80 · x
80	x	

100 · 90 = 80 · x → x = 100 · 90 / 80 = 112,5 días tendrán comida las 80 vacas.

Como el invierno tiene 90 días: 112,5 – 90 = 22,5 días de primavera tendrán comida.

31) El dinero que me dará el banco será proporcional al tiempo que se lo presto, siempre que saque los intereses cada vez que me los entregue en la cuenta (si no el capital iría aumentando…).

x Dinero que me dan	y Dinero que presto	ES DIRECTA: x / y = constante división constante
1,2	100	$\frac{1{,}2}{100}=\frac{x}{1.200}$
x	1.200	

Resolviendo la proporción:

$$\frac{1{,}2}{100}=\frac{x}{1.200} \Leftrightarrow 1{,}2\cdot 1.200 = x\cdot 100 \Leftrightarrow x=\frac{1{,}2\cdot 1.200}{100}=14{,}4 \text{ € al año.}$$

Como nos dan los intereses trimestralmente, será la cuarta parte del año cada trimestre. Así, nos darán 14,4/4 = 3,6 euros al trimestre, que se supone voy retirando de la cuenta corriente.

32) **a)** ¿cuánto me costará realmente el coche?

Será: 18000 – 10/100 · 18000 = 18000 – 1800 = 16200 euros con el descuento.
Ahora añadimos el IVA: 16200 + 18/100 · 16200 = 19116 € con descuento e IVA.

b) ¿obtengo el mismo precio si me hacen el descuento antes o después de aplicar el IVA?

Lo hacemos para comprobar que es indiferente el orden que usemos.
Aplicando 1º el IVA: 18000 + 18/100 · 18000 = 21240 ahora le restamos el 10% de descuento: 21240 – 10/100 · 21240 = 19116 €, igual que en el caso anterior.

Se ve mejor si usamos el I.V., ya que se puede observar que la expresión que resuelve el problema cumple la propiedad conmutativa:

I.V. descuento = 1 – 10% = 0,9

I.V. aplicación IVA = 1 + 18% = 1,18

Así, aplicando primero el descuento y luego el IVA: 18000 · 0,9 · 1,18 = 19116 €

Aplicando primero el IVA y luego el descuento: 18000 · 1,18 · 0,9 = 19116 €

Obtenemos el mismo resultado en ambos casos.

33) Vemos que:

Pilar en una hora realiza 1/2 del trabajo.

Pedro en una hora realiza 1/4 del trabajo.

Guayente en una hora realiza 1/6 del trabajo.

Entre los tres, en una hora realizarán:

1/2 + 1/4 + 1/6 = 6/12 + 3/12 + 2/12 = 11/12 del trabajo.

El trabajo que realizan será proporcional al tiempo empleado.

Si en 1 hora hacen 11/12 de trabajo, en “x” horas harán los 12/12=1 de trabajo, o sea, el trabajo completo:

p Parte del trabajo que hacen	t Tiempo empleado en horas	ES DIRECTA: p / t = constante división constante
$\frac{11}{12}$	1	$\frac{11/12}{1} = \frac{1}{x}$
1	x	

$$\frac{11/12}{1} = \frac{1}{x} \Leftrightarrow \frac{11}{12} \cdot x = 1 \cdot 1 \Leftrightarrow x = \frac{1.1}{11/12} = 1 : \frac{11}{12} = 1 \cdot \frac{12}{11} = 1{,}09 \text{ horas.}$$

Así, para saber exactamente el tiempo que les cuesta, procederemos como en el problema 23:

Tenemos que 1,09 horas son 1 hora y pasamos 0,09 horas a minutos:

0,09 · 60 = 5,4 min; 5 min y pasamos 0,4 minutos a segundos 0,4 · 60 = 24 seg

Luego exactamente les cuesta 1 hora 5 minutos 24 segundos